Experimentieren als biologisch-mathematisches Problemlösen - ein Modellierungsprozess

- Projektskizze -

Anna Schultz-Siatkowski & Doris Elster

aschultz@uni-bremen.de, doris.elster@uni-bremen.de

Universität Bremen, Institut für Didaktik der Naturwissenschaften IDN

Abteilung Biologiedidaktik,
Leobener Str. FB 2, 28359 Bremen

Zusammenfassung

In dieser Studie wird ein theoretisches Konzept vorgestellt, welches das Experimentieren als komplexen biologisch-mathematischen Modellierungsprozess beschreibt. Grundlage des Konzepts sind Theorien der naturwissenschaftlichen Erkenntnisgewinnung der Biologie (KLAHR, 2000, MAYER, 2007) und der mathematischen Modellierung in der Mathematik (BLUM, 1985, MAAß, 2007, BLUM, 2010). Der biologisch-mathematische Modellierungsprozess greift die Hauptkomponenten des SDDS-Modells (KLAHR, 2000) auf, differenziert jedoch im Bereich der "Analyse von Evidenzen" in drei spezifische Fähigkeiten: Diese sind (A) die Fähigkeit aus einem Datenmodell ein mathematisches Modell aufzustellen, (B) die Fähigkeit zur Lösung der Problemstellung durch mathematische Mittel und (C) die Fähigkeit zur Interpretation mathematischer Resultate in ein biologisches Situationsmodell.

Das Konzept zum biologisch-mathematischem Modellierungsprozess wurde im Rahmen einer fachdidaktischen Lehrveranstaltung mit Lehramtsstudierenden empirisch überprüft. Es konnten drei unterschiedliche Fähigkeitsniveaus der Studierenden identifiziert werden. Diese sollen in der derzeit laufenden Hauptstudie überprüft werden.

Abstract

This study introduces a theoretical concept to describe experimentation as complex biological-mathematical modeling process. The concept combines theories of knowledge acquisition in biology (KLAHR, 2000, MAYER, 2007) and mathematical modeling in mathematics (BLUM, 1985, MAAß, 2007, BLUM, 2010). The biological-mathematical modeling process is based on the SDDS model (KLAHR, 2000) and differentiates in the field of "analysis of evidences" in three specific skills: (A) the skill to develop a mathematical model based on a data model; (B) the skill to solve a problem with mathematical instruments; (C) the skill to declare mathematical results in a biological situation model.

The concept of the biological-mathematical modeling process was empirical tested with teacher students within a practical course. We could identify three different skill levels of biological-mathematical modeling. These skill levels will be proved in the ongoing main study.

1 Einleitung

Ergebnisse aus dem Projekt *Biologie kompetenzorientiert unterrichten* belegen, dass Lehrkräfte der Biologie Defizite beim Experimentieren zeigen. Die Lehrkräfte konzentrieren sich hauptsächlich auf die Darstellung der Experimentdurchführung und vernachlässigen dabei die Hypothesenbildung, wie auch die (mathematische) Datenauswertung und der Ergebnissicherung (SCHULTZ-SIATKOWSKI, 2010). Das lässt den Schluss zu, dass die HAMMANN et al 2006 postulierten Teilkompetenzen des Experiments Hypothesen bilden, Daten analysieren und Schlussfolgerungen ziehen von Lehrkräften wenig bedacht werden. Auf Schülerebene beschrieb HAMMANN et al. 2006 Defizite bei der Datenanalyse, beim Hypothesen bilden und Schlussfolgern. Die Autoren stellten fest, dass die Schüler bei der Datenanalyse Aussagen über die Ursachen von Wirkungen machen, wenngleich diese noch nicht bewiesen waren. Sie trafen unlogische Schlussfolgerungen und deuteten experimentelle Endergebnisse um, insbesondere wenn diese nicht den eigenen inhaltlichen Erwartungen entsprechen (HAMMANN et al., 2006, EHMER, 2008).

Bei einer Datenanalyse sind neben der angemessenen Berücksichtigung aller Daten, ihrer kritischen Interpretation und die Bewertung der aufgestellten Hypothesen (HAMMANN et al., 2006), auch das mathematische Wissen erforderlich, um beispielsweise statistische Analysen mit den erhobenen Daten durchzuführen (MAYER, 2007). Werden Lehramtsstudierende dahingehend in ihrer universitären Ausbildung vorbereitet? Vor welchen Problemen stehen sie in fachdidaktischen Experimentalpraktika? Wie gehen Lehramtsstudierende mit Aufgabenstellungen um zu deren Lösung sowohl naturwissenschaftsmethodische als auch mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten erforderlich sind?

Das Ziel der vorliegenden Studie ist die Entwicklung und empirische Überprüfung eines Modells zum biologisch-mathematischen Problemlösen. Dabei gehen wir davon aus, dass wissenschaftliches Denken als domänenspezifischer, komplexer, kognitiver Problemlösungsprozess verstanden werden kann, der durch prozedurales Wissen gekennzeichnet ist und in dem auf inhaltliches und methodisches Wissen (deklaratives Wissen) zurückgegriffen wird (MAYER, 2007). Darüber hinaus ist für das Experimentieren auch mathematisches Wissen in Form von Formalisierung, Quantifizierung und mathematische Modellierung erforderlich (ESCHENHAGEN et al., 2008). Mathematisches Modellieren bezeichnet die Problemlöseprozesse, die Menschen durchlaufen, wenn sie versuchen, reale Probleme mathematisch zu lösen. (BLUM, 1985, MAAß, 2007, BLUM, 2010, Kapitel 2.2).

2 Theoretischer Hintergrund

Naturwissenschaftsmethodische Kompetenzen („scientific inquiry“) stellen wesentliche Elemente einer naturwissenschaftlichen Grundbildung dar (BYBEE, 2002). Sie werden in den nationalen Bildungsstandards als Teil des Kompetenzbereichs „Erkenntnisgewinnung“ ausgewiesen (KMK, 2005). Zentrale Aspekte der Erkenntnisgewinnung sind die Formulierung von Forschungsfragen und Hypothesen sowie die Planung, Durchführung und Auswertung von Experimenten (KLAHR, 2000; HAMMANN, 2007; GRUBE ET AL., 2007). Um Struktur, Niveaus und die Entwicklung der für das Experimentieren erforderliche Kompetenzen zu beschreiben, wurden im Bereich der Biologiedidaktik unterschiedliche Kompetenzmodelle entwickelt (GRUBE et al., 2007; GRUBE, 2010; HAMMANN, 2004). Für diese Kompetenzmodelle wird eine Kompetenzcharakterisier-ung nach WEINERT (2001) zugrunde gelegt. Demnach werden Kompetenzen als Systeme von Kenntnissen, Fertigkeiten und metakognitiven Wissen bezeichnet, die es ermöglichen, Anforderungen in bestimmten Situationen zu bewältigen.

2.1 Experimentieren als naturwissenschaftlicher Erkenntnisprozess

Beim Experimentieren werden Lernende mit der Aufgabe konfrontiert naturwissenschaftliche Fragestellungen und Probleme zu begreifen, Hypothesen zu definieren, Untersuchungen zu planen und Daten zu erheben, Daten auszuwerten und Schlussfolgerungen aus den gewonnenen Ergebnissen zu ziehen. Dieses hypothetisch-deduktive Vorgehen wird durch das Wechselspiel aus Hypothesen und deren Prüfung an der Realität charakterisiert. Dieses Wechselspiel beschreibt DAVID KLAHR (2000) in seinem *Scientific Discovery as Dual Search-Modell*, kurz SDDS-Modell. Die Zielsetzung des entwickelten Modells besteht darin, "*empirical and theoretical aspects of scientific thinking and discovery*" zu untersuchen und genau zu formulieren (HAMMANN; 2007). Die Prozesse des naturwissenschaftlichen Erkenntnisgewinns werden hierbei aus der Sicht der Problemlöseforschung betrachtet. Das SDDS-Modell beschreibt drei Hauptkomponenten des Experimentierens (Abb. 1): Mit der „Suche im Hypothesen-Suchraum“ fängt das Lösen eines naturwissenschaftlichen Problems an. Auf der Basis eines eingeschränkten bereichsspezifischen Wissens muss erst mal eine überprüfbare Hypothese gebildet werden, mit der ein vorliegendes Phänomen erläutert werden kann. In einem weiteren Schritt „Testen von Hypothesen" müssen Experimente geplant, durchgeführt und Evidenzen generiert werden. Aus dem Experiment-Suchraum stammen diejenigen experimentellen Ergebnisse, welche benötigt werden, um die Hypothesen zu falsifizieren oder verifizieren (HAMMANN, 2007). Die Bewertung der Ergebnisse erfolgt mit der „*Analyse von Evidenzen*" (HAMMANN ET AL, 2007).

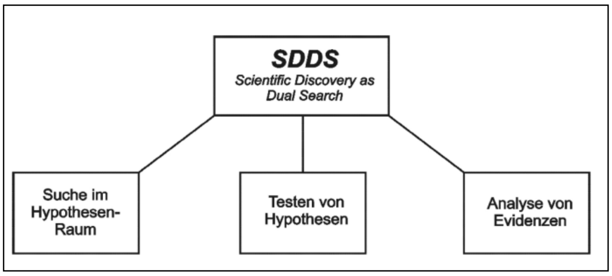


Abb. 1: Die übergeordneten Komponenten des SDDS-Modells (nach HAMMANN 2007)

HAMMANN (2004) entwickelte auf der Basis des SDDS-Modells (KLAHR 2000) ein Kompetenzentwicklungsmodell des Experimentierens (Tab.). Er greift dabei die drei Hauptkomponenten des SDDS-Modells auf und beschreibt jeweils vier Kompetenzniveaus (Stufen) für jede Komponente.

Tab. 1: Kompetenzentwicklungsmodell nach HAMMANN (2004)

Stufen	**Hypothesen-Suchraum Hypothesen bilden**	**Experimentier-Suchraum Experimente planen**	**Analyse von Evidenzen Daten analysieren**
1	Keine Hypothesen beim Experimentieren	Unsystematischer Umgang mit Variablen	Daten werden nicht auf Hypothesen bezogen
2	Unsystematische Suche nach Hypothesen	Teilweise systematischer Umgang mit Variablen	Unlogische Datenanalyse
3	Systematische Hypothesensuche, aber fehlerhafte Hypothesenrevision	Systematischer Umgang mit Variablen in unbekannten Wissensdomänen	Weitgehend logische Datenanalyse, aber Probleme mit Daten, die den eigenen Erwartungen widersprechen
4	Systematische Hypothesensuche sowie erfolgreiche Hypothesenrevision	Systemtischer Umgang mit Variablen in unbekannten Wissensdomänen	Logische Datenanalyse, auch wenn die Daten den eigenen Erwartungen widersprechen

Das Kompetenzentwicklungsmodell nach HAMMANN (2004) kann bei der unterrichtlichen Förderung von Teilkompetenzen des Experimentierens unterstützen indem Kompetenzniveaus aufgegriffen und systematisch weiterentwickelt werden.

MAYER (2007) beschreibt in seinem Rahmenmodell für den Kompetenzbereich Erkenntnisgewinnung drei zentrale Dimensionen, nämlich die praktischen Arbeitstechniken (*practical work*), die wissenschaftliche Erkenntnismethode (*scientific inquiry*) und die Charakteristika der Naturwissenschaften (*nature of science*). Diese Dimensionen modelliert und setzt MAYER systematisch mit drei kognitionspsychologischen Konstrukten in Beziehung, mit der manuellen Fertigkeit (*practical skills*), dem wissenschaftlichen Denken (*scientific reasoning*) und dem Wissenschaftsverständnis (*epistemological beliefs*).

In der Dimension *scientific inquiry* finden sich Aspekte des SDDS-Modells nach KLAHR (2000) wieder. MAYER (2007) beschreibt die Dimension der naturwissenschaftlichen Erkenntnisgewinnung als einen komplexen, kognitiven, wissensbasierten Problemlöseprozess, der durch spezifische Prozeduren charakterisiert ist. Diese Prozeduren sind u.a. interne Repräsentation des Problems, Generieren eines Lösungsplans, Anwendung der Methode und Evaluation des Ergebnisses. Die Güte der Problemlösung wird beeinflusst durch die Qualität der Prozeduren, wie auch von den Personenvariablen und Situationsvariablen (MAYER, 2007).

2.2 Mathematisches Modellieren

Mathematisches Modellieren stellt einen Teilbereich des Mathematisierens dar und beschreibt einen Problemlöseprozess (HINRICHS, 2008) mit dem Ziel, zwischen Realität und Mathematik zu übersetzen (BLUM, 2007).

In Abb. 2 sind die fünf Phasen des mathematischen Modellierungszyklus dargestellt: *reale Situation, Realmodell, mathematisches Modell, mathematisches Resultat, interpretierte Lösung*. Diese Phase werden durch Übergangsprozesse (a-e) miteinander verbunden: *Vereinfachen, Mathematisieren, mathematisches Bearbeiten, Interpretieren, Validieren*. *Anwenden* stellt einen "Zwischenprozess" (f in Abb. 2) dar (BLUM, 1985; MAAß, 2007; RIEBEL, 2010).

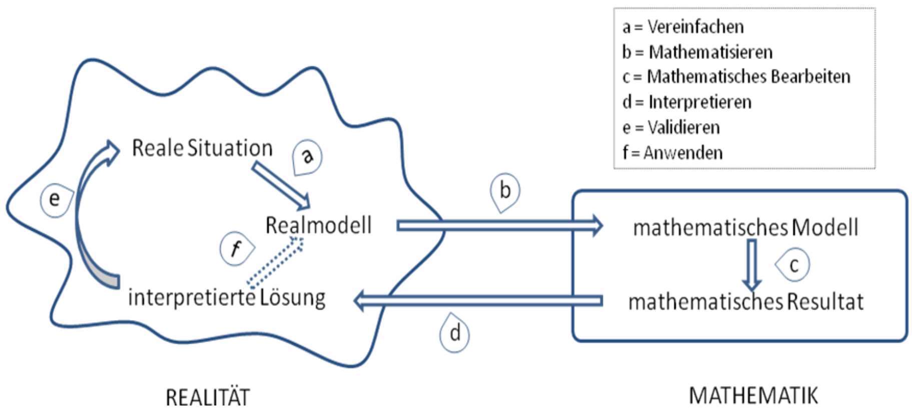


Abb. 2 Modellierungsprozesses nach BLUM 1985, MAAß 2007, S. 117 (graphisch verändert)

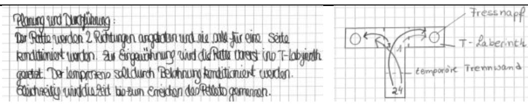
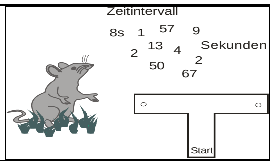
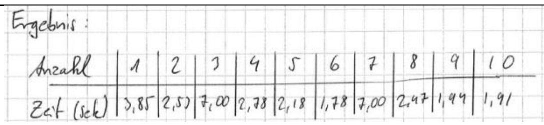
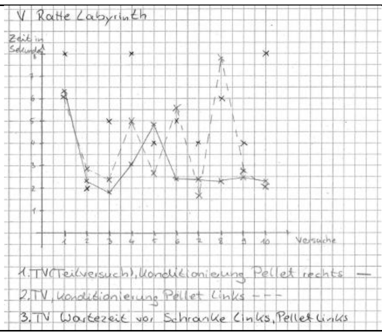
Am Anfang des mathematischen Modellierens steht eine problemhaltige Situation in der Realität aus einer anderen Disziplin oder aus dem Alltag (BLUM, 1985; MAAß, 2004). Sie bildet einen realistischen Sachverhalt und eine Problemstellung (MAAß 2004). Der sogenannte "Problemlöser" muss sich mit der Situation vertraut machen, Beobachtungen anstellen und ein erkenntnisleitendes Problem formulieren. Dabei soll dann eine sinnvolle und treffende Frage beschrieben werden (BLUM. 1985). Um die Fragestellung zu untersuchen muss die Ausgangsituation wegen ihrer Komplexität vereinfacht, idealisiert und strukturiert werden (a) (BLUM, 1985; MAAß, 2004). Das Problem muss weiter präzisiert werden, indem Forderungen und Annahmen formuliert werden (BLUM, 1985). Dabei entsteht ein "Realmodell" (MAAß, 2007). Dieses Realmodell wird durch Mathematisierung, d.h. das Übersetzen der Daten, Begriffe, Beziehungen, Gesetze oder Annahmen in die Mathematik überführt. Das Resultat der Mathematisierung ist das "mathematischen Modell" (b). Das mathematische Modell drückt das zu lösende Problem in mathematischen Begriffen aus. Als mathematisches Modell wird im Kontext ein vereinfachtes mathematisches Abbild der Realität beschrieben (HENN, 2002). In vielen meist einfachen Modellierungsaufgaben ist eine Unterscheidung zwischen Realmodell und mathematischen Modell schwierig. Die Verwendung von Zahlen oder geometrischen Formen führen gleich zum mathematischen Modell. Deshalb wird der Übergang von der Realität zum mathematischen Modell als ein komplexer Schritt aufgefasst (MAAß, 2007). Die Bearbeitung durch heuristische Strategien und mathematische Kenntnisse führen zu mathematischen Resultaten (c) (MAAß, 2004). Die mathematischen Resultate bilden das Endprodukt des innermathematischen Problemlöseprozesses (RIEBEL, 2010). Diese mathematischen Resultate müssen auf der Basis der Realsituation und der Fragestellung interpretiert werden (d) (MAAß, 2004, 2007). Diese Interpretation übersetzt die Mathematik wieder in die Realität (RIEBEL, 2010). Anschließend muss das gesamte Vorgehen und die Lösung durch Hineinziehen von geeigneten Vergleichswerten validiert werden (e). Ist die gefundene Lösung oder das gewählte Vorgehen der Realität nicht angemessen, so müssen einzelne Schritte oder gar der ganze Modellierungsprozess erneut durchgeführt werden (f) (MAAß, 2004; Abb. 2). Tabelle 2 beschreibt anhand eines Beispiels den Weg eines Modellierungsprozesses in der Mathematik nach MAAß (2007).

Tab. 2: Beschreibung des Modellierungsprozesses nach Maaß (2007)

Stadien	**Beispiel**	**Modellierungsprozess**
Reale Situation	Deutschen wird in der Regel nachgesagt, dass sie im Gegensatz zu anderen Ländern, wie beispielsweise Frankreich, nur leben, um zu arbeiten. Wie viel Freizeit hat ein Deutscher eigentlich im Leben?	Eine komplexe problemhaltige Situation, für die eine Lösung gesucht wird. Die Situation in der Realität muss **vereinfacht, idealisiert und strukturiert** werden. dabei entsteht das Realmodell.
Realmodell	<u>Es werden Annahmen getroffen:</u> Menschen zwischen 6 und 65 Jahren: Wochenarbeitszeit: 40 Stunden pro Woche Urlaub: 6 Wochen pro Jahr Schlaf pro Tag: 7 Stunden Fahrzeit pro Tag 1 Stunde Haushalt pro Tag: 2 Stunden Zeit für Körperpflege Menschen über 65 Jahren ..... Menschen unter 6 Jahren	Das **Mathematisieren** des Realmodells, also eine Übersetzung der Modellbeschreibung aus der Alltagssprache in die Mathematik führt zum mathematischen Modell. in ein mathematisches Modell.
Mathematisches Modell		Mit heuristischen Strategien und mathematischen Algorithmen **bearbeiten**. Daraus folgt die mathematische Lösung
Mathematische Lösung	Einfache Rechnung: Freizeit pro Woche 168-40-49-7-14= 58 (Erwachsene) 168-42-7-28= 91 (Rentner) 168-70-14=84 (Kinder) Unter anteiliger Berücksichtigung des Urlaubs, der Gesamtarbeitszeit von 60 Jahren, einer Kinderzeit von 5 Jahren und einer Rentenzeit von 5 Jahren: 58×52×60+40×6×60+91×52×5+84×52×5= 240860	Das Ergebnis wird unter der Berücksichtigung der Realsituation und der Annahme **interpretiert**.
Interpretierte Lösung	Ein Mensch hat eine durchschnittliche Lebenserwartung von 70 Jahren und eine durchschnittliche Arbeitszeit von 40 Stunden pro Woche, sowie 6 Wochen Jahresurlaub. Daraus ergeben sich 240000 Stunden Freizeit im Leben (entspricht 10000 Tage etwa 25 Jahre) <u>Anmerkung:</u> Das Ergebnis ist als Richtwert anzusehen. Es ist stark vereinfacht. Nicht jeder Mensch wird 70 Jahre, viele Menschen müssen mehr oder weniger als 40 Stunden pro Woche arbeiten....	Mit der Interpretation ist das Modellieren noch nicht beendet. Vielmehr muss die Modellierung reflektiert und das Ergebnis sollte durch das Vergleichen mit geeigneten Werten **validiert** werden.

2.3 Modellierungsprozess des biologisch-mathematischen Problemlösens

Tab. 3: Prozessablauf des Experiments „Operante Konditionierung im T-Labyrinth“

<table>
<tr><th>Stadien</th><th>Beispiel</th><th>Modellierungsprozess</th></tr>
<tr><td>Situation in der Biologie
(Reale Situation)</td><td>Fredericke hat zwei Ratten als Haustiere. Sie möchte wissen, ob die Tiere unterschiedlich intelligent sind. Sie bittet ihren Bruder Tom, sie beim Experimentieren zu unterstützen. Können sie Ratten Wege und Orte gut einprägen? Vielleicht können sie ja auch lernen, ein Gerät zu bedienen?</td><td>Die reale Situation in der Biologie (im Biologieunterricht) stellt die operante Konditionierung von Ratten dar.</td></tr>
<tr><td>Experimentieren im Labor
(Situationsmodell)</td><td>Materialien für Operante Konditionierung:
Tier: Wistar-Ratte; Futter, Stopuhr, Desinfektion, T- Labyrinth
</td><td>Mit dem im Labor zur Verfügung gestelltem Material wird das Problem bearbeitet.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Experimentieren</td></tr>
<tr><td>Fragestellung</td><td>Können Ratten lernen?</td><td>Bezogen auf das T-Maze, wird überlegt, ob man einer Ratte beibringen kann, dass sich ihr Futter im rechten Teil des Labyrinths befindet.</td></tr>
<tr><td>Hypothese</td><td>H1: Ratten können lernen.
H0: Ratten können nicht lernen.</td><td>Es wird davon ausgegangen, dass die Ratte lernen kann oder nicht.</td></tr>
<tr><td>Planung und Durchführung</td><td>
</td><td>Es wird ein Experimentierplan entwickelt. In ihm wird der Ablauf z.B. mit Worten oder Skizzen festgehalten.</td></tr>
<tr><td>Datenerhebung
(Datenmodell)</td><td>
</td><td>Es werden Daten und Informationen gesammelt z.B. in Form von Zahlen.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mathematisieren</td></tr>
<tr><td>Datenanalyse
(mathematisches Modell)</td><td>
Ergebnis:
<table><tr><td>Anzahl</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>Zeit (sek)</td><td>3,85</td><td>2,57</td><td>7,00</td><td>2,78</td><td>2,18</td><td>1,78</td><td>7,00</td><td>2,47</td><td>1,99</td><td>1,91</td></tr></table></td><td>Das mathematische Modell drückt das Situationsmodell vereinfacht in mathematischer Sprache aus z.B. als Darstellung der erhobenen Daten in Tabellen.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Mathematisches Arbeiten / Visualisieren</td></tr>
<tr><td>Konstruktion und Lesen von Darstellungen (mathematischen Resultate)</td><td>
</td><td>Die Daten werden in eine sinnvolle Darstellung überführt. D.h. am Ende des innermathematischen Lösungsprozesses des Problems steht ein in mathematischer Sprache formuliertes Ergebnis.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Anwenden / Interpretieren</td></tr>
<tr><td>Schlussfolgerung ziehen</td><td>Hypothese verifizieren oder falsifizieren</td><td>Das mathematische Ergebnis wird konkretisiert und im Anschluss auf die Hypothese und das reale Modell in der Biologie bezogen.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Hypothesen testen und überprüfen / Anwenden</td></tr>
</table>

Wie in Kapitel 2.1 dargelegt, wird das Experimentieren in der Biologie als komplexer Problemlöseprozess verstanden. Ebenso kann das mathematischen Modellieren (Kapitel 2.2) als komplexer Problemlöseprozess aufgefasst werden. Wie lassen sich das biologische Experimentieren und das mathematische Modellieren zu einem Konzept des biologisch-mathematischen Modellierungsprozesses verbinden? Zur Erläuterung des Konzepts des biologisch-mathematischen Modellierungsprozesses wird zunächst in Tabelle 3 an einem Beispiel in ein Experiment zur operanten Konditionierung von Ratten im T-Labyrinth demonstriert. In Abb. 2 wird die Verbindung zwischen dem Experimentalprozess der Biologie und dem mathematischen Modellieren der Mathematik aufgezeigt.

Eine Problemstellung aus der Realität oder aus dem Alltag mit Bezug zur Biologie wird als Problemsituation und als Fragestellung verstanden. Anschließend werden Hypothesen gebildet.

1. Strukturieren

Die Planung des Experiments ist ein Teilschritt und eine Teilkompetenz aus dem Experimentalprozess in der Biologie. Die Vereinfachung und Strukturierung der Situation bildet einen Teilschritt des mathematischen Modellierens in der Mathematik. Das bedeutet, dass das komplexe Problem aus der Realität oder aus dem Alltag auf seine wesentlichen Schritte reduziert wurde um die anfangs festgelegte Fragestellung zu beantworten. Beide Teilschritte befinden sich auf einer Ebene, denn beide bilden eine Strukturierung der Problemsituation. Bei der Durchführung eines Experiments entsteht ein Datenmodell. Das Datenmodell ermöglicht das Ansammeln von Zahlen und Informationen.

2. Mathematisieren

Das Datenmodell wird durch Mathematisieren auf der Ebene des Teilschrittes „mathematisches Modellieren" in eine mathematische Struktur übersetzt. Das bedeutet, dass die gesammelten Informationen, Zahlen und Daten beispielsweise in Tabellen überführt werden. Dafür ist die Fähigkeit, aus einem Datenmodell ein mathematisches Modell (= Datenanalyse) aufzustellen (A), erforderlich.

3. Mathematisch Arbeiten / Visualisieren

Mit der Übersetzung der vereinfachten biologischen realen Situation findet ein Übergang zur Teilkompetenz des Experimentalprozesses der Datenanalyse statt. Mit Hilfe von mathematischen Mitteln wird die Problemstellung gelöst. Es findet eine mathematische Verarbeitung und Visualisierung des Datenmodells statt. Das bedeutet, dass Hilfsmittel aus der Mathematik, wie beispielsweise das Berechnen von Mittelwerten, Erstellen von Graphen, benutzt werden, zur Lösung des Problems. Dafür ist die Fähigkeit, die Problemstellung durch mathematische Mittel (B) zu lösen, erforderlich.

4. Anwenden / Interpretieren

Im nächsten Schritt müssen die Daten interpretiert werden. Das bedeutet einen erneuten Übergang ins mathematische Modellieren zum Rückinterpretieren und Überprüfen der mathematischen Resultate bezogen auf die Problemstellung. Dafür wird die Fähigkeit zur Interpretation mathematischer Resultate, z.B. das Lesen von Diagrammen, in ein biologisches Situationsmodell benötigt (C), um am Ende Schlussfolgerungen ziehen zu können.

Im Rahmen der biologisch-mathematischen Modellierung werden im Bereich der Analyse von Evidenzen noch weitere Fähigkeiten unterschieden: Diese sind (A) die Fähigkeit aus einem Datenmodell ein mathematisches Modell aufzustellen, (B) die Fähigkeit zur Lösung der Problemstellung durch mathematische Mittel und (C) die Fähigkeit zur Interpretation mathematischer Resultate in ein biologisches Situationsmodell (Abb. 3).

(A) Unter der Fähigkeit aus einem Datenmodell ein mathematisches Modell aufzustellen, versteht man relevante mathematische Größen in Beziehung zu setzen und die Wahl geeigneter Notationen z.B. erhobene Daten sortieren und in Tabellen überführen. Dieser Schritt wird häufig nicht dargestellt, da eine Datenerhebung gleich das Aufstellen von Tabellen mit sich führt.

(B) Unter der Fähigkeit zur Lösung der Problemstellung durch mathematische Mittel versteht man heuristische Strategien anzuwenden, das Problem in einer anderen Form zu betrachten, sowie das variieren der Mengen oder verfügbaren Daten. Die mathematischen Kenntnisse werden dabei genutzt, um das Problem zu lösen. Beispielsweise werden die sortierten aufbereiten Daten analysiert und die dafür richtigen Mittel der Mathematik gesucht. Aus der Statistik wäre dies beispielsweise: Formeln anwenden und Konstruieren eine Darstellung zur Lösung des Problems.

(C) Unter der Fähigkeit zur Interpretation mathematischer Resultate in ein biologisches Situationsmodell versteht man die Lösung eines Problems mittels geeigneter mathematischer Sprache zu betrachten und über die Lösung zu kommunizieren. Das bedeutet auch den Umgang mit der in der Mathematik erstellten Darstellung umgehen zu können, wie z.B. die Übersetzung der Darstellung in die Biologie (MAAß, 2006 verändert).

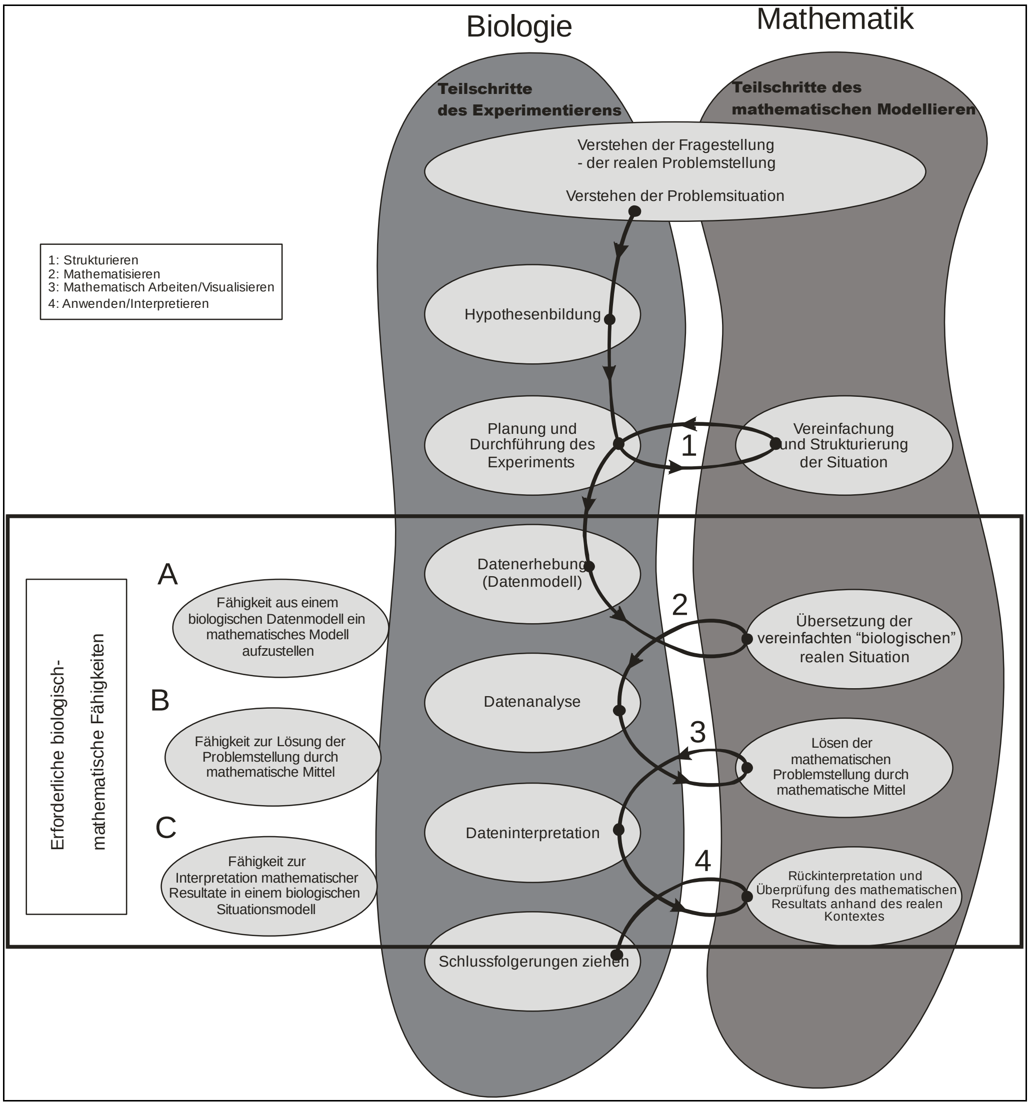


Abb. 3: Ein Konzept des Modellierungsprozesses des biologisch-mathematischen Problemlösens (nach MAAß 2005, MAAß 2007, BLUM 2010 (Mathematikdidaktik), KLAHR 2000, MAYER 2007 (Biologiedidaktik), verändert) sowie die für die Problemlösung erforderlichen Fähigkeiten

3 Fragestellungen

Das Konzept der biologisch-mathematischen Modellierung basiert auf theoretischen Grundannahmen, die im Rahmen einer empirischen Studie überprüft werden sollen. Dabei stehen folgende Fragen im Fokus der Betrachtung:

1. Welche biologisch-mathematischen Modellierungsschritte lassen sich beim Experimentieren im fachdidaktischen Praktikum beobachten?

2. Welche spezifischen Fähigkeiten haben Lehramtsstudierende bezogen auf:

A) die Fähigkeit aus einem biologischen Realmodell ein mathematisches Modell aufzustellen?

B) die Fähigkeit zur Lösung der Problemstellung durch mathematische Mittel?

C) die Fähigkeit zu Interpretation mathematischer Resultate in einem biologischen Realmodell?

4 Forschungsdesign

Bei den Probanden handelt es sich um 11 Lehramtsstudierende der Biologie (9 weiblich, 2 männlich) der Universität Bremen, die am Experimentalkurs Fachgemäße Arbeitsweisen II, der für das Masterstudium angeboten wird, teilnahmen. Das Durchschnittsalter der Studierenden betrug 24 Jahre. Der Ablauf der Lehrveranstaltung wird in Abbildung 4 dargestellt.

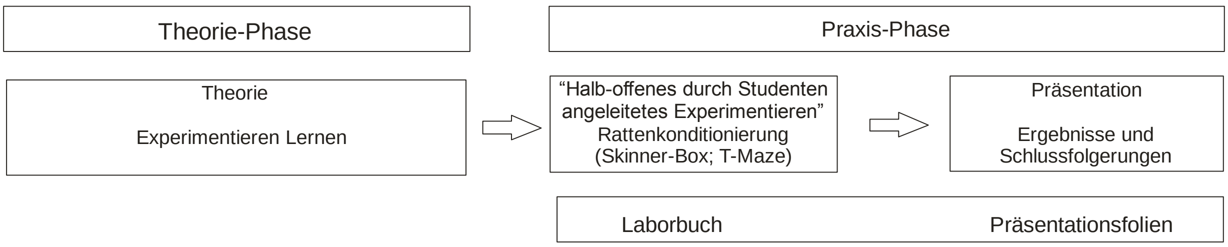


Abb. 4: Darstellung der Datenerhebung

In der Theorie-Phase wurde ein theoretischer Vortrag zum Experimentieren nach KLAHR 2000 gehalten. Die Theorie-Phase sollte die Kenntnisse zum Experimentieren auffrischen und den Lehramtsstudierenden auf einen gemeinsamen theoretischen Wissenstand bringen. Die Theorie war den Lehramtsstudierenden aus Lehrveranstaltungen bekannt.

In der anschließenden Praxisphase wurde in Gruppen gearbeitet (max. in 3er Gruppen). Sie entwickelten Experimente zur operanten Konditionierung von Ratten mittels Skinner-Box und T- Labyrinth, führten diese durch und präsentierten ihre Ergebnisse. Die Lehramtsstudierenden bekamen die Aufgabe ihr Vorgehen beim Experimentieren in Laborbüchern zu dokumentieren. Das Laborbuch stellte ein Notizbuch dar, in dem Planungen, Durchführungen, sowie die Auswertung von Experimenten beschrieben wurden. Die inhaltlichen Beschreibungen sollten so gestaltet sein, dass externe Personen, die sich nicht mit dem Thema befasst hatten, die Inhalte nachvollziehen konnten (BÜNTING et al., 2006).

Die Einträge in den Laborbüchern wurden anschließend inhaltsanalytisch analysiert. Es konnten Defizite bezogen auf das Experimentieren und insbesondere auf das Mathematisieren identifiziert werden. Beispielsweise wurden bei der Konstruktion von Lernkurven relevante Beschriftungen vernachlässigt, Wertepunkte wurden falsch in ein Koordinatensystem eingetragen, wie auch die Skalierungen falsch gewählt. Die Defizite wurden im Anschluss entsprechend des Modells zum biologisch-mathematischen Problemlösen analysierte und codiert. Dadurch entstand ein Kategoriensystem, das in Tabelle 4 dargestellt ist.

Die Fähigkeit, aus einem biologischen Datenmodell ein mathematisches Modell aufzustellen, lies folgende Kategorien erkennen:

1. Es findet keine Überführung statt, es wird also keine Mathematik für die Lösung des Problems angewendet.

2. Die Überführung ist – im mathematischen Sinne – nicht schlüssig. Es werden also mathematische Hilfsmittel gewählt wurden, die für das Lösen des Problems nicht treffend sind.

3. Die Überführung ist weitestgehend schlüssig, die Wahl der mathematischen Hilfsmittel aber fehlerhaft und nicht sinnadäquat. Das bedeutet, dass z.B. eine Tabelle angemessen angefertigt wird, sie jedoch für das Experiment nicht sinnvolle mathematische Berechnungen, wie beispielsweise die Berechnung eines Mittelwertes beinhaltet.

4. Es findet eine schlüssige, sinnadäquate Transformation statt. Das bedeutet, dass gesammelte Daten in z.B. Tabelle oder Formel angemessen und treffend überführt werden. Hierbei wird für sinnadäquat eine Definition nach WEBER (1972) angegeben. Dementsprechend ist ein Handlungszusammenhang dann „sinnadäquat“, wenn die Beziehung der einzelnen Handlungseinheiten untereinander als sinnvoll bejaht wird, beispielsweise die richtige Lösung einer Rechenaufgabe (EBERLE, 1999). „Schlüssig“ bedeutet in dem Zusammenhang, dass das Vorgehen folgerichtig und treffend ist.

Die Fähigkeit zur Lösung der Problemstellung durch mathematische Mittel lässt folgende Kategorien erkennen:

1. Es findet keine Überführung und damit auch keine Darstellung der mathematischen Ergebnisse statt. Das bedeutet, dass keine Mathematik für das Lösen des Problems benutzt wurde.

2. Die Ergebnisdarstellung ist unkorrekt bedeutet, dass beispielweise falsche Variablen gewählt wurden oder auch die Tabellenform nicht verstanden wurde (z.B. fehlerhafte Beschriftung der Spalten und Zeilen).

3. Es lassen sich bereits richtige Teilschritte erkennen, das Gesamtergebnis ist aber nicht korrekt. Das bedeutet z.B., dass eine Darstellung der mathemati-

schen Ergebnisse stattgefunden hat, jedoch beispielsweise die unabhängige und abhängige Achse in einem Koordinatensystem vertauscht werden.

4. Die mathematischen Ergebnisse sind korrekt dargestellt. Das bedeutet, dass in dem Experiment "Rattenkonditionierung" eine Kurve (Diagramm), als mathematisches Ergebnis, dargestellt wird.

Die Fähigkeit zur Interpretation mathematischer Resultate in einem biologischen Situationsmodell lässt folgende Kategorien erkennen:

1. Unreflektierte Wiedergabe der Daten, z.B. dass lediglich Beobachtungen beschrieben werden, jedoch nicht die Ursachen belegt werden.

2. Nicht hypothetisch relevante Dateninterpretation; z.B. dass versucht wird die unkorrekt dargestellten Daten zu interpretieren. Jedoch werden dabei die eigenen Hypothesen nicht berücksichtigt, da sie durch die fehlerhafte Darstellung nicht treffend interpretiert werden können.

3. An Erwartungen gebundene Dateninterpretation, z.B. dass die Daten so interpretiert werden, dass die Erwartungen erfüllt sind. Abweichungen in den Kurven werden nicht interpretiert, wenn beispielsweise die Ratte durch ihr Verhalten den Erwartungen nicht entsprochen hat.

4. Schlüssige Dateninterpretation, auch wenn die Daten unerwartet sind, z.B. dass das Diagramm als Lernkurve identifiziert wird, sowie unerwartete Ergebnisse in der Kurve interpretiert werden können.

Tab.4: Spezifische Fähigkeiten für die Lösung der Problemstellung

Kategorien	Die Fähigkeit, aus einem biologischen Datenmodell ein mathematischen Modell aufzustellen	Die Fähigkeit zur Lösung der Problemstellung durch mathematische Mittel	Die Fähigkeit zur Interpretation mathematischer Resultate in einem biologischen Situationsmodell
1	Keine Überführungen	Keine Überführung und keine Darstellung der mathematischen Ergebnisse	Unreflektierte Wiedergabe der Daten
2	Nicht schlüssige Überführung	Unkorrekte Darstellung der mathematischen Ergebnisse	Nicht hypothetisch relevante Dateninterpretation
3	Weitgehend schlüssige Überführung, mit fehlerhafter Wahl der mathematischen Hilfsmittel- nicht sinnadäquat	Teilweise korrekte Darstellung der mathematischen Ergebnisse mit richtigen Teilschritten	An Erwartungen gebundene schlüssige Dateninterpretation
4	Schlüssige Transformation – sinnadäquat	Korrekte Darstellung der mathematischen Ergebnisse	Schlüssige Dateninterpretation, auch wenn die Daten unerwartet sind

Diese Fähigkeiten und Kategorien werden auf ihre Gültigkeit hin, in der Hauptstudie untersucht. Die Daten der Studie werden derzeit ausgewertet.

Zitierte Literatur

BLUM, W. (1985): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. In: Mathematische Semesterberichte. Zur Pflege des Zusammenhangs zwischen Schule und Universität, Hrsg.: Kahle (u.a.), Band XXXII, Vandenhoeck & Ruprecht, 1985, Göttingen, S. 195-232.

BLUM, W. (2007): Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In: Beiträge zum Mathematikunterricht, Franzbecker, Hildesheim 2007, S. 3-12.

BLUM, W., LEIß D. (2010): Beschreibung zentraler mathematischer Kompetenzen. In: BLUM, W., DRÜKE-NOE, C., HARTUNG, R., KÖLLER, O. (2010): Bildungsstandards Mathematik konkret, SekundarstufeI: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen, Cornelsen, Berlin.

BÜNTING, K.-D., BITTERLICH, A., POSPIECH, U. (2006): Schreiben im Studium: mit Erfolg, Cornelsen Verlag, Berlin.

BYBEE, R.W. (2002): Scientific Literacy - Mythos oder Realität? In: GRÄBER, W. ET AL. : Scientific Literacy. Der Beitrag der Naturwissenschaften zur Allgemeinen Bildung. Opladen: Leske + Budrich, S. 21-43.

EBERLE, T. (1999): Sinnadäquanz und Kausaladäquanz bei Max Weber und Alfred Schütz. In: Hitzler, R., REICHERTZ, J., SCHRÖER, N. (Hg) (1999): Hermeneutische Wissenssoziologie, Standpunkte zur Theorie der Interpretation, Universitätsverlag Konstanz, S. 97-120.

Ehmer, M. (2008): Förderung von kognitiven Fähigkeiten beim Experimentieren im Biologieunterricht der 6. Klasse: Eine Untersuchung zur Wirksamkeit von methodischem, epistimologischem und negativem Wissen, Dissertation, Universität Kiel.

ESCHENHAGEN, D., KATTMANN, U., RODI, D. (2008): Fachdidaktik Biologie. 8.Auflage. Aulis. Köln.

GRUBE C., MÖLLER A., MAYER J. (2007): Wissenschaftsmethodische Kompetenzen im Biologieunterricht. In: Ausbildung und Professionalisierung von Lehrkräften. Internationale Tagung der Sektion Biologiedidaktik, Duisburg/ Essen.

GRUBE C. (2010): Kompetenzen naturwissenschaftlicher Erkenntnisgewinnung, Untersuchung der Struktur und Entwicklung des wissenschaftlichen Denkens bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I, Dissertation, Kassel.

HAMMANN, M. (2004): Kompetenzentwicklungsmodelle. Merkmale und ihre Bedeutung – dargestellt anhand von Kompetenzen beim Experimentieren. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 57(4):196–203.

HAMMANN, M., PHAN, T.T.H., EHMER, M., BAYRHUBER, H. (2006): Fehlerfrei Experimentieren. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 59 (5), 292-299.

HAMMANN, M. (2007): Das Scientific Discovery as Dual Search-Modell. In: KRÜGER, D., VOGT, H. (2007) Theorien in der biologiedidaktischen Forschung, Ein Handbuch für Lehramtsstudenten und Doktoranden. Springer, Heidelberg.

HAMMANN, M, PHAN, T.H., BAYRHUBER, H. (2007): Experimentieren als Problemlösen: Lässt sich das SDDS-Modell nutzen, um unterschiedliche Dimensionen beim Experimentieren zu messen? In: Prenzel, M., Gogolin, I, Krüger, H.-H. (2007): Kompetenzdiagnostik Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Sonderheft 8, Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden, S.33-49.

HENN, H.W. (2002):Mathematik und der Rest der Welt. In: mathematik lehren, Heft 113, S.4-7.

HINRICHS, G. (2008): Modellierung im Mathematikunterricht, Mathematik Primar- und Sekundarstufe. Spektrum Verlag, Heidelberg.

KLAHR, D. (2000): Exploring Science. The Cognition and Development of Discovery Processes. Massachusetts: Institute of Technology.

KMK (2005): Bildungsstandards im Fach Biologie für den Mittleren Schulabschluss, Beschluss vom 16.12.2004. Wolters Kluwer, München.

KUHN, D., AMSEL, E., O´LOUGHLIN (1988): The Development of Scientific Thinking Skills, Academic Press, San Diego.

MAAß, K. (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht-Ergebnisse einer empirischen Studie. Dissertation. Franzbecker Verlag. Texte zur mathematischen Forschung und Lehre 30.

MAAß, K. (2005): Modellieren im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. In: JMD, Jg. 26, Heft 2.

MAAß, K. (2006): What are modelling competencies? ZDM – The International Journal on Mathe matics Education, Vol. 38 (2), p. 113-142.

MAAß, K. (2007): Mathematisches Modellieren, Aufgaben für die Sekundarstufe I. Cornelsen. Berlin.

MAYER, J. (2007): Erkenntnisgewinnung als wissenschaftliches Problemlösen. In: KRÜGER, D., VOGT, H. (2007) Theorien in der biologiedidaktischen Forschung, Ein Handbuch für Lehramtsstudenten und Doktoranden. Springer, Heidelberg.

RIEBEL, J. (2010): Modellierungskompetenzen beim mathematischen Problemlösen, Inventarisierung von Modellierungsprozessen beim Lösen mathematischer Textaufgaben und Entwicklung eines diagnostischen Instrumentariums. Dissertation. Koblenz-Landau.

SCHULTZ-SIATKOWSKI, A. (2010): Einstellungen von Biologielehrkräften zum kompetenzorientierten Unterricht. Masterarbeit. In: ELSTER, D., OSTERSEHLT, D.: Wir sind Master 2010, Aachen / Shaker (2010).

WEBER, M. (1972): Wirtschaft und Gesellschaft. 5. Auflage, Tübingen.

WEINERT, F.E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen-eine umstrittene Selbstverständlichkeit. Beltz Basel.